

**МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра математики

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
и контрольные работы для студентов заочной формы обучения
экономических специальностей
(I семестр)**

Уфа 2009

Составители: Хакимова З.Р., старший преподаватель
Янчушка А.П., доц., к.э.н.
Янчушка З.И., доц., к.э.н.

Рекомендации

При выполнении контрольных работ студент должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Каждую работу следует выполнять в отдельной тетради, на передней обложке которой должны быть указаны фамилия и инициалы студента, полный шифр, номер контрольной работы и дата ее отсылки в университет.

2. Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. Рекомендуется делать соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формулы, теорем, выводов, которые используются при решении.

3. Все вычисления должны быть приведены полностью, чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно, четко, с указанием единиц масштаба, координатных осей, обозначения к задачам должны соответствовать указаниям на чертеже.

4. Для удобства рецензирования преподавателем контрольной работы следует оставлять на каждой странице широкие поля.

В период экзаменационной сессии на зачете студент обязан представить зачетную контрольную работу и по требованию преподавателя дать устные пояснения ко всем задачам, содержащимся в работе.

Студент выполняет вариант контрольной работы, который совпадает с порядковым номером в списке группы.

Для получения допуска на экзамен (зачет), контрольные работы необходимо сдать за месяц до начала следующей сессии в деканат заочного факультета для регистрации работы. Во избежание утери, зарегистрированную работу рекомендуется занести на кафедру математики (3-205 с 9 до 16).

Дополнительную информацию Вы можете найти на сайте кафедры математики <http://www.math.rusoil.net>. Здесь же выложено методическое пособие с заданиями для контрольных работ.

Для выполнения контрольных работ №1, 2 рекомендуется использовать учебно-методические комплексы (УМК) разделы 1-5, а для самостоятельной работы студентов – контрольно-измерительные материалы (КИМ) разделы 1-5, которые Вы также можете найти на сайте кафедры, либо скачать в ауд.3-204 (при себе иметь электронный носитель).

(образец титульного листа)

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра математики

Контрольная работа №_____

дисциплина: «Математика»

тема: «_____»

Вариант №_____

Выполнил(а)

ст. гр. _____

Ф.И.О. (студента)

шифр №_____

Проверил

Ф.И.О. (преподавателя)

Уфа 200__ г.

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

1. Векторы. Определение вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов.
2. Системы координат. Декартова система координат. Деление отрезка в заданном соотношении. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
3. Скалярное произведение. Векторное произведение.
4. Определение матрицы. Сложение и умножение матриц на число. Транспонирование матриц. Умножение матриц. Обратная матрица.
5. Определители. Определение. Свойства определителей. Вычисление определителей.
6. Система линейных уравнений (специальный случай). Постановка задачи. Правило Крамера.
7. Ранг матрицы. Базисный минор. Приведение матрицы к упрощенному виду.
8. Общая теория линейных систем. Условия совместимости. Нахождение решений. Множество решений однородной системы. Общее решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
9. Основы линейной алгебры. Основные понятия. Определение линейного пространства. Простейшие следствия. Линейная зависимость. Базис. Замена базиса.
10. Линейное подпространство. Определение и примеры.
11. Линейные преобразования. Основные определения. Матрица линейного преобразования. Действия на линейными преобразованиями. Характеристические числа и собственные векторы линейного преобразования.

12. Прямые линии и плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость. Уравнение прямой в пространстве. Некоторые задачи о прямых и плоскостях.

13. Линии и поверхности второго порядка. Общие уравнения второго порядка. Эллипс, гипербола и парабола.

14. Введение в математический анализ. Множества. Определение множества. Операции над множествами.

15. Предел последовательности. Числовые последовательности. Сходящиеся последовательности.

16. Функции одной переменной. Определение функции. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Их свойства.

17. Непрерывность функции. Основные свойства непрерывных функций. Понятие сложной функции. Понятие обратной функции.

18. Основы дифференциального исчисления. Дифференцирование одной переменной. Определение производной и приращение. Дифференциал функции. Правило дифференцирования. Дифференцирование сложных функций. Раскрытие неопределенностей. Формула Тейлора. Исследование функции и построение ее графика.

19. Функции нескольких переменных. Область определения функции. Предел функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент. Локальный экстремум функции нескольких переменных.

20. Метод наименьших квадратов. Неявные функции. Условный экстремум.

Контрольная работа № 1

Элементы линейной алгебры. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Задание 1. Решить систему трех уравнений с тремя неизвестными матричным методом, методом Гаусса и по Крамеру.

$$1. \begin{cases} x + 2y + z = 1, \\ 2x - 3y - 2z = -3, \\ 2x + y + z = 2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 2y + z = 1, \\ 2x - 3y - z = -4, \\ x + y + 2z = 1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - y + 3z = -7, \\ x + 2y - z = 4, \\ 3x - 3y - 2z = 1. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + 2y - 3z = 0, \\ x - 2y + z = 6, \\ 2x + y + 2z = 2. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x + 2y + 2z = 1, \\ 2x - 3y - z = 3, \\ x + y + 3z = -2. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 4x + y + 2z = -5, \\ 3x + y + 2z = -3, \\ 2x + 2y + 5z = 3. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x - y + z = 1, \\ x + y - 2z = 3, \\ -x + y + z = 5. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + y + z = 5, \\ 2x - 3z = -3, \\ 6x - 5z = -5. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 4x + y + 2z = -5, \\ 3x + y + 2z = -3, \\ 2x + 2y + 5z = 3. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x - 2y - 5z = 5, \\ 2x + y + 2z = 3, \\ 2y - x + 5z = -3. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x + 4y + z = 1, \\ 3x + 3y - z = 0, \\ 2x + 7y + z = 0. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 13, \\ 4x + 3y + 7z = 24, \\ x - y + z = 0. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 4x + 3y + 2z = -5, \\ x + y + 5z = 12, \\ 2x + y - 5z = -20. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 4x + 2y + 4z = 4, \\ 2x + y - 3z = -3, \\ 2x + 2y + 4z = 2. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x + 2y + 4z = 11, \\ 2x + y - 3z = 5, \\ x + y - 3z = 2. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x + y = 4, \\ x + 2y + 2z = 10, \\ 2x + 2y + z = 9. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 4x + y - 2z = 8, \\ 3x + y - 2z = 5, \\ 2x + 5y - 7z = -11. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 4x + y + 2z = -5, \\ 3x + y + z = -2, \\ 2x + 5y - 5z = 23. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x + 4y + z = 1, \\ 3x + 3y - z = 0, \\ 2x + 7y + z = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x + y + 2z = 5, \\ x + y + 2z = 3, \\ 2y - 2x + 5z = 3. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x + y + 2z = -1, \\ 5z - 2x - 2y = -21, \\ 4z - x - y = -15. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x - y + z = 2, \\ 2x - 2y + 2z = 4, \\ 3x - 3y + 3z = 5. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x + 3y + 2z = 7, \\ 2x + y + 3z = 11, \\ 2y + z = 3. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x + y + 2z = 2, \\ 3x + z = 2, \\ 4y + 2z = 1. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x - y + 2z = 11, \\ 2x + y + z = 7, \\ y + z = 5. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x + y + z = 36, \\ 2x - 3z = -17, \\ 6x - 5z = 7. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x + 2y + z = 4, \\ 3x - 5y + 3z = 1, \\ 2x + 7y - z = 8. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x - y + 3z = -7, \\ x + 2y - z = 4, \\ 3x - 3y - 2z = 1. \end{cases}$$

Задание 2. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 6x_5 = 2, \\ 15x_1 + 30x_2 + 7x_3 + 8x_4 + 3x_5 = -13, \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 9, \\ 6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 3x_5 = -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 6, \\ 14x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 9x_4 - x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 4x_4 + 4x_5 = 7, \\ 8x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 15x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 23, \\ 3x_1 + 20x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -8, \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 1, \\ 9x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 12 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 13x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 - 6x_5 = 8, \\ 11x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 7, \\ 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 4, \\ 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 6, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7, \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -4, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5, \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -5 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_5 = -2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 7, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 1 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1, \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -2 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1, \\ 13x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 9, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2, \\ x_1 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -7, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 1 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 5 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 1, \\ 5x_1 - 5x_2 + 12x_3 + 11x_4 - 4x_5 = -4, \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -2 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 6, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 5 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 5x_5 = -7 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 10, \\ 8x_1 + 4x_2 + 2x_4 + 3x_5 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 7 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 7x_5 = 6, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 4, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 8 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4x_3 + x_4 - 3x_5 = -3, \\ x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 2, \\ 9x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 9x_5 = -7, \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -6 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + x_3 + 10x_4 + 7x_5 = 3, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 7, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 3 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 17x_4 + 10x_5 = -7 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = -2, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = 1 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 8, \\ 3x_1 + 7x_2 + 8x_3 - 11x_4 - 3x_5 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 3 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 8x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 8x_5 = 5, \\ 10x_1 - 5x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 15x_5 = 10, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 11x_5 = 8 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_5 = -2, \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - x_4 - 2x_5 = -1, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3, \\ 4x_1 - 4x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -1 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 5x_2 - x_3 + 5x_4 + 3x_5 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4, \\ x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \end{cases}$$

Задание 3. Найти собственные значения и собственные векторы матриц.

$$1. \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 5 & -4 & -2 \\ -4 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 9 & -8 & 0 \\ 10 & -9 & 0 \\ -12 & -12 & 1 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -12 & -12 & -7 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} 2 & 1 & - \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$26. \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$27. \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Задание 4. Даны векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4$. Показать, что векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ образуют базис трехмерного пространства и найти координаты вектора $\bar{a}_4$ в этом базисе.

	$\bar{a}_1$	$\bar{a}_2$	$\bar{a}_3$	$\bar{a}_4$
1.	$\{2; -1; 0\}$	$\{-1; 2; -1\}$	$\{0; -1; 1\}$	$\{3; -5; 3\}$
2.	$\{2; 1; -1\}$	$\{1; 1; 2\}$	$\{-1; 2; 1\}$	$\{2; 4; 2\}$
3.	$\{2; 4; 3\}$	$\{1; 6; 5\}$	$\{1; 5; 4\}$	$\{1; -3; -3\}$
4.	$\{2; 1; 1\}$	$\{3; 2; 3\}$	$\{4; 3; 6\}$	$\{7; 4; 6\}$
5.	$\{1; 0; 1\}$	$\{0; 1; 2\}$	$\{1; 2; 4\}$	$\{1; 3; 7\}$
6.	$\{17; 1; 2\}$	$\{10; 1; -3\}$	$\{4; 0; 3\}$	$\{23; 1; -4\}$
7.	$\{3; 4; 2\}$	$\{3; 3; 2\}$	$\{2; 2; 1\}$	$\{-7; -9; -5\}$
8.	$\{2; 3; 2\}$	$\{1; 2; 1\}$	$\{4; 4; 3\}$	$\{-5; -3; -3\}$
9.	$\{4; 5; 3\}$	$\{2; 3; 2\}$	$\{-1; -2; -1\}$	$\{3; 3; 2\}$
10.	$\{1; 3; 2\}$	$\{2; 2; -1\}$	$\{-3; -4; 0\}$	$\{6; 9; 4\}$
11.	$\{5; 1; -5\}$	$\{3; -5; 2\}$	$\{1; -2; 1\}$	$\{9; -6; -2\}$
12.	$\{2; 4; 5\}$	$\{-3; -5; -7\}$	$\{1; 2; 3\}$	$\{-6; -10; -13\}$
13.	$\{2; 3; 4\}$	$\{6; 2; 3\}$	$\{3; 3; 4\}$	$\{19; 5; 8\}$
14.	$\{3; 4; 3\}$	$\{-1; -3; 0\}$	$\{2; 3; 2\}$	$\{4; 9; 2\}$
15.	$\{4; 2; 5\}$	$\{3; 3; 5\}$	$\{-3; -2; -4\}$	$\{5; 9; 12\}$
16.	$\{2; -3; 4\}$	$\{2; -2; 3\}$	$\{7; 5; -1\}$	$\{0; -1; 1\}$
17.	$\{6; 4; 1\}$	$\{-3; 4; -4\}$	$\{4; -3; 4\}$	$\{5; 15; -6\}$
18.	$\{3; -2; 4\}$	$\{4; 4; 5\}$	$\{4; 3; 5\}$	$\{-5; -8; -6\}$
19.	$\{2; 2; 3\}$	$\{3; 4; 2\}$	$\{2; 1; 6\}$	$\{7; 7; 11\}$
20.	$\{6; 2; -3\}$	$\{5; 6; 2\}$	$\{5; 7; 3\}$	$\{6; 4; -1\}$
21.	$\{1; 2; 5\}$	$\{1; -1; 3\}$	$\{3; -6; -1\}$	$\{1; 2; -7\}$
22.	$\{5; -1; 7\}$	$\{2; 1; 1\}$	$\{1; -3; 0\}$	$\{3; -6; 1\}$
23.	$\{1; -8; 3\}$	$\{2; 1; 1\}$	$\{4; 7; -4\}$	$\{1; 2; 1\}$
24.	$\{3; -1; 0\}$	$\{-2; 1; 1\}$	$\{2; -1; 4\}$	$\{2; 2; 2\}$
25.	$\{1; 2; 3\}$	$\{2; 1; 4\}$	$\{-1; 2; 5\}$	$\{1; 2; 8\}$
26.	$\{2; -3; 1\}$	$\{1; 2; 7\}$	$\{3; -1; 5\}$	$\{0; 4; 1\}$
27.	$\{2; -3; 5\}$	$\{1; 2; 3\}$	$\{3; -1; -2\}$	$\{-1; 3; 5\}$
28.	$\{1; 2; 3\}$	$\{2; 1; 2\}$	$\{3; 2; 1\}$	$\{1; 1; 1\}$
29.	$\{8; 5; 9\}$	$\{1; -3; -6\}$	$\{3; -1; 5\}$	$\{0; 2; -1\}$
30.	$\{-1; 5; 2\}$	$\{-3; 3; -7\}$	$\{5; -2; 0\}$	$\{2; -4; 0\}$

Задание 5. Решить задачу.

1. Даны точки $A(-2;3;-4)$, $B(3;2;5)$, $C(1;-1;2)$, $D(3;2;-4)$. Вычислить $\text{пр}_{\overline{CD}} \overline{AB}$.
2. Даны точки $M(-5;7;-6)$ и $N(7;-9;9)$. Вычислить проекцию вектора $\vec{a}\{1;-3;1\}$ на ось вектора $\overline{MN}$.
3. Сила, определяемая вектором $\vec{R} = \{1;-8;-7\}$, разложена по трем направлениям, одно из которых задано вектором $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти составляющую силы $\vec{R}$ в направлении вектора $\vec{a}$.
4. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j}$ и $\vec{c} = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$. Вычислить $\text{пр}_{\vec{c}}(3\vec{a} - 2\vec{b})$.
5. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ и $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$. Вычислить $\text{пр}_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$.
6. Вычислить проекцию вектора $\vec{a} = \{5;2;5\}$ на ось вектора $\vec{b} = \{2;-1;2\}$.
7. Даны точки $A(3;-4;-2)$, $B(2,5,-2)$. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями OX , OY углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$, а с осью OZ - тупой угол γ .
8. Найти проекцию вектора $\vec{S} = \{\sqrt{2};-3;-5\}$ на ось, составляющую с координатными осями OX, OZ углы $\alpha = 150^\circ$, $\gamma = 60^\circ$. А с осью OY - острый угол β .
9. Найти проекцию вектора $\vec{S} = \{4;-3;2\}$ на ось, составляющую с координатными осями равные острые углы.
10. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$. Найти вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий условиям $\vec{x}\vec{a} = -5$, $\vec{x}\vec{b} = -11$, $\vec{x}\vec{c} = 20$.
11. Даны векторы $\vec{a}\{3;-1;5\}$ и $\vec{b}\{1;2;-3\}$. Найти вектор $\vec{x}$ при условии, что он перпендикулярен к оси OZ и удовлетворяет условиям $\vec{x}\vec{a} = 9$, $\vec{x}\vec{b} = -4$.
12. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{a}\{2;3;-1\}$ и $\vec{b}\{1;-2;3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{x}(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$.

13. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к векторам $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 18\vec{i} - 22\vec{j} - 5\vec{k}$, образует с осью ОУ тупой угол. Найти его координаты, зная, что $|\vec{x}| = 14$.
14. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a}\{2;1;-1\}$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 3$.
15. Вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a}\{6;-8;-7,5\}$, образует острый угол с осью ОZ. Зная, что $|\vec{x}| = 50$, найти его координаты.
16. Вектор $\vec{x}$ перпендикулярен векторам $\vec{a}_1\{2;3;-1\}$ и $\vec{a}_2\{1;-2;3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{x}(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$. Найти координаты $\vec{x}$.
17. Даны векторы $\vec{a}\{1;1\}$ и $\vec{b}\{1;-1\}$. Найти косинус угла между векторами $\vec{x}$ и $\vec{y}$, удовлетворяющими системе уравнений
- $$\begin{cases} 2\vec{x} + \vec{y} = \vec{a} \\ \vec{x} + 2\vec{y} = \vec{b} \end{cases}$$
18. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны; вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$, зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$, вычислить $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c})$.
19. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 5\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если известно, что $|\vec{p}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{q}| = 3$ и $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$.
20. Проверить, являются ли точки $A(-1;2;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(1;-3;1)$ и $D(-5;3;3)$ вершинами трапеции?
21. Определить, при каком значении α векторы $3\vec{a} + \alpha\vec{b}$ и $\vec{a} - 2\vec{b}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{a}| = 7\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
22. Найти вектор $\vec{x}$, образующий со всеми тремя базисными ортами равные острые углы, если $|\vec{x}| = 2\sqrt{3}$.
23. Найти угол, образованный единичными векторами $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$, если известно, что векторы $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ и $\vec{b} = 5\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ перпендикулярны.
24. $|\vec{a}_1| = 3$, $|\vec{a}_2| = 5$. Определить, при каком значении α векторы $\vec{a}_1 + \alpha\vec{a}_2$ и $\vec{a}_1 - \alpha\vec{a}_2$ будут перпендикулярны.

25. Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(-3, 5, 6)$, $B(1, -5, 7)$, $C(8, -3, -1)$ и $D(4, 7, -2)$ – квадрат.
26. Найти длины сторон и величину угла треугольника с вершинами $A(-1, -2, 4)$, $B(-4, -2, 0)$ и $C(3, -2, 1)$ при вершине C .
27. Вычислить работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1, 2, 0)$ в положение $B(2, 1, 3)$.
28. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 4$ и $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, вычислить $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$.
29. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. Найти $|\vec{a} - \vec{b}|$.
30. Найти косинус угла φ между диагоналями (AC) и (BD) параллелограмма, если заданы три его вершины $A(2, 1, 3)$, $B(5, 2, -1)$ и $C(-3, 3, -3)$.

Задание 6. Решить задачу.

1. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 4)$, $C(4, 3, 2)$.
2. В треугольнике с вершинами $A(1, -1, 2)$, $B(5, -6, 2)$, $C(1, 3, -1)$ найти высоту $h = |\overline{BD}|$.
3. Зная векторы $\overline{AB}\{2, 1, -2\}$ и $\overline{BC}\{3, 2, 6\}$, вычислить его площадь. Векторы совпадают с двумя сторонами $\triangle ABC$.
4. Найти вектор $\vec{X}$, зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{a}\{2; -3; 1\}$ и $\vec{b}\{1, -2, 3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{X}(\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = 10$.
5. Вектор $\vec{X}$, перпендикулярный к вектору $\vec{a}\{4; -2; -3\}$ и $\vec{b}\{0; 1; 3\}$, образуют с осью Ou тупой угол. Зная, что $|\vec{X}| = 26$. Найти его координаты.
6. Даны вершины треугольника $A(1; -1; 2)$, $B(5; -6; 2)$ и $C(1; 3; -1)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC .
7. Даны точки $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$ и $C(5; 2; 6)$. Вычислить площадь треугольника ABC .
8. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a} = \{2; -2; 1\}$ и $\vec{b} = \{2; 3; 6\}$.

9. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$.

Вычислить $[2\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b}]$.

10. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$

вычислить: $|\left[(\vec{a} + \vec{b}), (\vec{a} - \vec{b})\right]|$.

11. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 1; -2\}$ и $\vec{b} = \{1; -3; 4\}$. Найти координаты векторного произведения $[3\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b}]$.

12. Даны: $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$. Вычислить $|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]|$.

13. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$,

вычислить $|\left[\vec{a} - 2\vec{b}, \vec{b}\right]|$.

14. Даны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 26$ и $|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]| = 72$. Вычислить $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

15. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$

вычислить: $|\left[(3\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b})\right]|$.

16. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$,

вычислить: $\left[(2\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})\right]^2$.

17-30. Найти площадь треугольника ABC, если известны координаты его вершин

	A	B	C		A	B	C
17	A(1,3,0)	B(4,4,-1)	C(2,4,1)	24	A(1,1,-1)	B(3,5,-2)	C(2,1,0)
18	A(2,2,1)	B(3,5,0)	C(3,2,2)	25	A(3,-2,0)	B(5,-1,-1)	C(2,0,1)
19	A(1,-1,2)	B(3,2,0)	C(3,0,3)	26	A(2,-3,2)	B(3,-2,3)	C(3,0,2)
20	A(4,1,-3)	B(5,3,-3)	C(3,2,0)	27	A(3,4,2)	B(4,6,3)	C(4,3,2)
21	A(-1,2,-1)	B(1,4,0)	C(0,3,1)	28	A(-1,2,3)	B(0,2,3)	C(1,-2,3)
22	A(0,3,2)	B(3,2,4)	C(1,3,4)	29	A(2,4,-3)	B(3,5,-4)	C(3,4,0)
23	A(3,5,4)	B(4,4,1)	C(3,1,2)	30	A(1,2,3)	B(4,4,2)	C(2,0,3)

Задание 7. Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:

- 1) уравнение стороны AB;
- 2) уравнение высоты CD, опущенной из вершины C на сторону AB;
- 3) уравнение медианы AE;
- 4) уравнение окружности, для которой AE служит диаметром.

	A	B	C		A	B	C
1.	$(-1; 5)$	$(1; 15)$	$(9; 11)$	16.	$(-3; 2)$	$(-2; -5)$	$(6; -1)$
2.	$(5; 4)$	$(7; 14)$	$(15; 10)$	17.	$(-6; -4)$	$(3; -7)$	$(1; 2)$
3.	$(2; -5)$	$(4; 5)$	$(12; 1)$	18.	$(-3; -5)$	$(4; 3)$	$(-2; 4)$
4.	$(-2; -3)$	$(0; 7)$	$(8; 3)$	19.	$(3; 2)$	$(-5; 4)$	$(-1; -6)$
5.	$(1; 2)$	$(3; 12)$	$(11; 8)$	20.	$(2; -5)$	$(-3; -4)$	$(-4; 2)$
6.	$(4; 1)$	$(6; 11)$	$(14; 7)$	21.	$(-3; -2)$	$(-2; 5)$	$(6; 1)$
7.	$(-3; -2)$	$(-1; 8)$	$(7; 4)$	22.	$(-6; 4)$	$(3; 7)$	$(1; -2)$
8.	$(3; 0)$	$(5; 10)$	$(13; 6)$	23.	$(2; 1)$	$(-7; -3)$	$(-4; 3)$
9.	$(0; 3)$	$(2; 13)$	$(10; 9)$	24.	$(-3; 4)$	$(-6; -7)$	$(-1; -1)$
10.	$(-4; -1)$	$(-2; 9)$	$(6; 5)$	25.	$(4; 5)$	$(2; -2)$	$(7; -4)$
11.	$(3; 4)$	$(2; -1)$	$(1; -7)$	26.	$(-2; 5)$	$(3; 4)$	$(4; -2)$
12.	$(-4; -5)$	$(3; 3)$	$(5; -2)$	27.	$(-3; -2)$	$(5; -4)$	$(1; 6)$
13.	$(-3; 5)$	$(4; -3)$	$(-2; -4)$	28.	$(3; 5)$	$(-4; -3)$	$(2; -4)$
14.	$(3; -2)$	$(-5; -4)$	$(-1; 6)$	29.	$(4; -5)$	$(-3; 3)$	$(-5; -2)$
15.	$(2; 5)$	$(-3; 4)$	$(-4; -2)$	30.	$(-3; 4)$	$(-2; -1)$	$(-1; -7)$

Задание 8. В №1-10 составить уравнение плоскости α по точке A и нормальному вектору $\bar{n}$

	A	$\bar{n}$
1.	$(2; -1; 5)$	$(1; 5; 7)$
2.	$(4; 2; -3)$	$(-1; 3; 2)$
3.	$(-4; 5; -2)$	$(2; 3; 1)$
4.	$(-5; -3; -2)$	$(1; 2; -1)$
5.	$(-3; 2; 6)$	$(-1; 5; 2)$
6.	$(-4; 1; 2)$	$(1; 2; 3)$
7.	$(-4; -3; 2)$	$(-1; 2; 3)$
8.	$(-1; 7; -2)$	$(-3; 5; 1)$
9.	$(6; -3; -3)$	$(1; -2; 4)$
10.	$(-2; 3; -5)$	$(2; -1; 5)$

В 11-20 установить, какие из следующих пар уравнений определяют параллельные плоскости.

	α	β
11.	$4x - 2y + z + 1 = 0$	$8x - 4y + 2z - 3 = 0$
12.	$3x + y - 2z + 5 = 0$	$6x + 2y - 4z - 7 = 0$
13.	$x - 3y + 5z + 9 = 0$	$3x - y + 7z - 2 = 0$
14.	$2x + 6y + 4z - 5 = 0$	$-x - 3y - 2z + 9 = 0$
15.	$3x + 2y - z + 14 = 0$	$6x + 4y - 2z + 5 = 0$
16.	$-5x + 3y + z + 1 = 0$	$15x - 9y - 3z - 2 = 0$
17.	$2x + y + 5z - 3 = 0$	$x - 2y + 4z + 5 = 0$
18.	$6x - 10y - 2z + 1 = 0$	$-3x + 5y + z - 10 = 0$
19.	$5x + 2y - z - 3 = 0$	$-10x - 4y + 2z + 6 = 0$
20.	$6x + 9y - 3z - 7 = 0$	$2x + 3y - z - 4 = 0$

В 21-30 установить, какие из следующих пар уравнений определяют перпендикулярные плоскости.

	α	β
21.	$2x - 4y - z + 1 = 0$	$3x + y + 2z - 5 = 0$
22.	$x - 3y + 5z - 2 = 0$	$2x + y + z + 3 = 0$
23.	$-x + 5y + 2z - 3 = 0$	$4x + 2y - 3z = 0$
24.	$2x + y + 3z + 11 = 0$	$-x + 5y - z + 9 = 0$
25.	$3x + 2y - z + 4 = 0$	$4x - 5y - z - 5 = 0$
26.	$-5x + 4y + 3z - 1 = 0$	$x + 2y - z - 21 = 0$
27.	$-2x + 3y + 2z - 12 = 0$	$9x + 7y - 2z + 16 = 0$
28.	$x + 2y - z - 4 = 0$	$5x + 3y + 11z + 17 = 0$
29.	$3x + y - 5z + 10 = 0$	$7x - 11y - 2z + 5 = 0$
30.	$4x + y + 3z - 3 = 0$	$-x - 2y + 2z - 13 = 0$

Задание 9. Построить кривые по заданным уравнениям.

1.	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 9x$	16.	$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{49} = 1$ $y^2 = -4x$
2.	$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = 7x$	17.	$(x-5)^2 + (y+3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{25} = 1$ $y^2 = -2x$
3.	$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 5x$	18.	$(x+1)^2 + (y+1)^2 = 16$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ $y^2 = -6x$
4.	$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 16x$	19.	$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{64} = 1$ $y^2 = -x$
5.	$(x+3)^2 + (y+3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 3x$	20.	$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{36} = 1$ $y^2 = -8x$
6.	$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$	21.	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$

	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 4x$		$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$ $x^2 = 9y$
7.	$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 36$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 2x$	22.	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 36$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{16} = 1$ $x^2 = 7y$
8.	$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 49$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 6x$	23.	$(x+2)^2 + (y-4)^2 = 49$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1$ $x^2 = 5y$
9.	$(x+4)^2 + (y-4)^2 = 9$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = x$	24.	$(x-4)^2 + (y+4)^2 = 9$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{36} = 1$ $x^2 = 16y$
10.	$(x-5)^2 + (y+1)^2 = 4$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 8x$	25.	$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{49} = 1$ $x^2 = 3y$
11.	$(x+5)^2 + (y-6)^2 = 16$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$	26.	$(x-6)^2 + (y+5)^2 = 16$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{36} = 1$

	$y^2 = -9x$		$x^2 = 4y$
12.	$(x-1)^2 + (y+5)^2 = 1$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = -7x$	27.	$(x+5)^2 + (y-1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{25} = 1$ $x^2 = 2y$
13.	$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = -5x$	28.	$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 25$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{49} = 1$ $x^2 = 6y$
14.	$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 36$ $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = -16x$	29.	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 36$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{36} = 1$ $x^2 = y$
15.	$(x+2)^2 + (y+4)^2 = 49$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ $y^2 = -3x$	30.	$(x+4)^2 + (y+2)^2 = 49$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{64} = 1$ $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{64} = 1$ $x^2 = 8y$

Контрольная работа № 2

*Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных.***Задание 1.** Вычислить пределы

1.	a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{3x^2 - 16x + 16}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{4x^2 + x + 3}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2}$
2.	a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 3x + 2}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2}{6x^3 - 4x^2 + 3x}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$
3.	a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x - 10}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{5x^2 + 4x - 3}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{x(1-x)}$
4.	a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 3x - 18}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x + 1}{5x^2 + 6x - 2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{7x}$
5.	a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{2x^2 - 3x - 9}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x - 2}{x^3 - 3x^2 + 4}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{\sin x}$
6.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{2x^2 + x - 10}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x - 1}{2x^4 + 2x^3 + 1}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 3x}$
7.	a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{3x^2 - x - 2}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{4x^3 - 4x + 2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - 3^x}$
8.	a) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 3x - 10}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 + x + 2}{5x^2 - 6x + 2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x - 1}{x}$
9.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x - 1}{5x^2 - 3x + 1}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 9x}{\operatorname{tg} x}$
10.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 7x + 10}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x - 2}{x^3 - 3x^2 + 4}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 5x}$
11.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - x^2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2x}$
12.	a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x - 10}{x^3 + 3x^2 - x - 5}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 1}{x}$
13.	a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 6x + 18}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x}{x^4 + 3x^3 - 1}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin 5x}$
14.	a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 8x + 15}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 15}{x^2 - 10x + 1}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{x}$

15.	a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 3x - 4}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x - 5}{x^3 + 27}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^2}{1 - \cos 7x}$
16.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 3x + 2}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{7x + \sqrt{x}}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\sin 9x}$
17.	a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 7x + 10}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 5x}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$
18.	a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{x - 5}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 5x^2 - 7}{5x^4 - 2x^2 + 1}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\arcsin 5x}$
19.	a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 3x - 4}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 4}{x - 6\sqrt{x}}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^3}$
20.	a) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 13x + 6}{x^2 - 36}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 7x}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{25x^2}$
21.	a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 2x + 1}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 3x}{x^3 + 5x^2 - 11}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}}$
22.	a) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 6x + 5}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{x^2 - 2x + 2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 2x}{1 - \cos x}$
23.	a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 4x + 3}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + x - 3}{5x - x^2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x}$
24.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6x - 16}{x^2 - 7x + 10}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x - x^3}{4x^3 - 15x}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x}$
25.	a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 1}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 5x + 7}{4x^2 + 3x - 16}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{4^x - 1}$
26.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 12x + 20}{x^2 + 7x - 18}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x^3}{x^4 + 12x - 6}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{1 - \cos x}$
27.	a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 8x + 7}{x^2 - 2x - 3}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{17 - x}{2x - \sqrt{x} + 3}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{x^2 + 2x}$
28.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 3x + 2}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 11x - 12}{4 - 19x^2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x^2 - 4x}$
29.	a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 15}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4}{1 - 2x^4}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$
30.	a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 9x - 10}{x^2 + 5x + 4}$	б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3}{1 - 25x^2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\operatorname{arctg} 2x}$

Задание 2. Функция y задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения аргумента x . Требуется:

- 1) найти односторонние пределы и скачок функции в точках разрыва;
- 2) построить график функции.

1.	$y = \begin{cases} x^2 - 4, & \text{если } x \leq 2, \\ 6 - 2x, & \text{если } x > 2. \end{cases}$	16.	$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 0, \\ 2^x, & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ x + 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$
2.	$y = \begin{cases} 9 - x^2, & \text{если } x \leq 1, \\ 2x + 3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$	17.	$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x \leq 1, \\ \ln x, & \text{если } 1 < x \leq e, \\ -x, & \text{если } x > e. \end{cases}$
3.	$y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq 0, \\ 1 + x^2, & \text{если } 0 < x < 1, \\ 3 - x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$	18.	$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ \sin x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x - \frac{\pi}{2} + 1, & \text{если } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$
4.	$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0 \\ x - 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 5 - x, & \text{если } x > 3 \end{cases}$	19.	$y = \begin{cases} x + \pi, & \text{если } x \leq -\pi, \\ \cos x + 1, & \text{если } -\pi < x \leq 0, \\ -x + 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$
5.	$y = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x \leq 0, \\ 1 - x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$	20.	$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 0, \\ e^x - 1, & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ -x + 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$
6.	$y = \begin{cases} 4x + 1, & \text{если } x \leq -1, \\ x^2 - 4x, & \text{если } x > -1. \end{cases}$	21.	$y = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & \text{если } x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ \sin x + 1, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ -x + \frac{\pi}{2}, & \text{если } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$
7.	$y = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{если } x \leq 2, \\ x + 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$	22.	$y = \begin{cases} -x - 2, & \text{если } x \leq -1, \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1, \\ x + 3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

8.	$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x < 1, \\ 3 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$	23.	$y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } x \leq -2, \\ x^2 - 3, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ -x, & \text{если } x > 0. \end{cases}$
9.	$y = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & \text{если } x \leq 0, \\ x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$	24.	$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 2, \\ x^2 - 1, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ -x + 11, & \text{если } x > 3. \end{cases}$
10.	$y = \begin{cases} 2x + 3, & \text{если } x \leq 2, \\ 3x - x^2, & \text{если } x > -1. \end{cases}$	25.	$y = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 0, \\ \ln(x + 1), & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ x + 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$
11.	$y = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x, & \text{если } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$	26.	$y = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \leq -3, \\ -x - 5, & \text{если } -3 < x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$
12.	$y = \begin{cases} \frac{2x + 3}{2}, & \text{если } x \leq -1, \\ 2^x, & \text{если } -1 < x \leq 2, \\ 4 - x, & \text{если } x > 2. \end{cases}$	27.	$y = \begin{cases} -x - 2, & \text{если } x \leq 2, \\ -x^2 + 1, & \text{если } 2 < x \leq 1, \\ x - 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$
13.	$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$	28.	$y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -1, \\ x^2 + 1, & \text{если } -1 < x \leq 2, \\ 1 - x, & \text{если } x > 2. \end{cases}$
14.	$y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -2, \\ -x^2 + 4, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ -x + 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$	29.	$y = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & \text{если } x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ \cos x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0, \\ x, & \text{если } x > 0. \end{cases}$
15.	$y = \begin{cases} -x - 1, & \text{если } x \leq -1, \\ (x + 1)^2, & \text{если } -1 < x \leq 1, \\ x + 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$	30.	$y = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \leq -2, \\ -x^2 + 3, & \text{если } -2 < x \leq 1, \\ -x + 4, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

Задание 3. Найти производные и дифференциалы указанных функций.

1.	а) $y = 5x^7 - \frac{3}{2x^4} + 6\sqrt[4]{x^3}$; б) $y = \frac{x+2}{\ln x}$;	б) $y = x^3 \operatorname{arctg} 2x$; г) $y = (3x^2 + e^{2x})^4$.
2.	а) $3x^4 - \frac{5}{3x^3} - 9\sqrt[3]{x^2} - 1$; б) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$;	б) $y = (x^3 + 1)\ln(x+1)$; г) $y = e^{\sin 4x}$.
3.	а) $y = 3x^6 - \frac{2}{3x^3} + 6\sqrt[6]{x^2}$; б) $y = \frac{\arccos x}{x^3 - 1}$;	б) $y = 5^x \operatorname{tg} 2x$; г) $y = \sqrt{x^3 + \sin 3x}$.
4.	а) $y = 2x^4 - \frac{1}{3x^3} + 4\sqrt[4]{x^3}$; б) $y = \frac{2^x}{\operatorname{arctg} x}$;	б) $y = (x^2 - 2)\sin 2x$; г) $y = \sqrt[4]{x^3 + \ln 2x}$.
5.	а) $y = 2x^3 - \frac{2}{3x^5} + 3\sqrt[3]{x^2}$; б) $y = \frac{\sin x}{x - \cos x}$;	б) $y = (4x^3 + 1)\operatorname{tg} 2x$; г) $y = (x^2 - \ln x)^3$.
6.	а) $y = 4x^3 - \frac{3}{x^2} + 5\sqrt[5]{x^3}$; б) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 2x}$;	б) $y = e^{2x}(x^3 - 1)$; г) $y = (\ln \sin x - x)^3$.
7.	а) $y = 3x^5 - \frac{3}{2x^3}$; б) $y = \frac{\arccos x}{x^3 - 1}$;	б) $y = 5^x \operatorname{tg} x$; г) $y = \sqrt{x^3 \sin 3x}$.
8.	а) $y = 3x^7 - \frac{3}{2x^4} + 8\sqrt[4]{x^3}$; б) $y = \frac{2\sin x}{1 + \cos x}$;	б) $y = x^3 \operatorname{arctg} x$; г) $y = \ln(x^2 + 5x)$.
9.	а) $y = 2x^5 - \frac{3}{2x^5} + 7\sqrt[3]{x^2}$; б) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$;	г) $y = \ln \operatorname{tg} 2x$.

	в) $y = \left(\arcsin \frac{x}{3} \right)^2$;	
10.	а) $y = 4x^2 - \frac{5}{6x^6} + 10\sqrt[5]{x^4}$; в) $y = e^{\operatorname{arctg} x}$;	б) $y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x}$; г) $y = (\ln x + e^{3x})^2$.
11.	а) $y = 2x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \ln 2$; в) $y = \frac{x-1}{\arcsin x}$;	б) $y = e^{2x}(x^4 + 5x)$; г) $y = \sqrt[3]{(4 + \operatorname{tg} x)^2}$.
12.	а) $y = 7x^5 + \frac{3}{4x^4} - 17x + 8$; в) $y = \frac{(x+3)^2}{x^3 + 5}$;	б) $y = \sin 5x \cdot (1 - x^2)$; г) $y = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \cos 2x \right)^5$.
13.	а) $y = 8x^4 - \frac{5}{3\sqrt[5]{x^3}} + \ln x - 45$; в) $y = \frac{\operatorname{arctg} 5x}{x}$;	б) $y = 3^{-x} \cdot (1 - x^2)$; г) $y = \sqrt{\sin(1 - 7x)}$.
14.	а) $y = 4x^3 + \frac{7}{\sqrt[7]{x}} + 15x - 5$; в) $y = \frac{(2+x)^3}{11-x}$;	б) $y = (x^3 + 4) \cdot \cos x$; г) $y = \sqrt{\operatorname{arctg}(3-x)}$
15.	а) $y = 12x - \frac{5}{2\sqrt[5]{x^2}} + 0,1x^{10} - 41$; в) $y = \left(\frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 5x - 1} \right)^4$;	б) $y = (x+7)^3 \cdot \log_3 x$; г) $y = e^{8x-x^2}$.
16.	а) $y = 9x^4 - \frac{6}{\sqrt[6]{x}} + x^2 - \sqrt{5}$ в) $y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{x^3 + 5}$;	б) $y = (x - 3x^2)^2 \cdot (4 + x^2)$; г) $y = \sqrt[3]{\ln(15x - 31)}$.
17.	а) $y = 3x^7 - \frac{9}{4x^4} + 11x - 3$; в) $y = \sqrt{\frac{x^3 + 2x - 4}{x^2 + 7}}$;	б) $y = (5 - x^2) \cdot \cos 2x$; г) $y = (x - \operatorname{tg} x)^4$.

18.	а) $y = 5x^8 + \frac{1}{\sqrt[9]{x^2}} + 17x - 16$; б) $y = \frac{e^{3x}}{\arcsin x}$;	б) $y = \sqrt{x-1} \cdot \operatorname{tg} x$; г) $y = \cos^2(3-5x)$.
19.	а) $y = 3x^{10} + \frac{7}{x^7} - 5x^2 + 1$; б) $y = \frac{\ln x}{x^2 - x + 3}$;	б) $y = 3^x \cdot (x^3 + 6)^2$; г) $y = (11x^4 + 3x^2 - \cos x)^{0,5}$.
20.	а) $y = 7x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}} + 42x^{1,5} + 21$; б) $y = \frac{\arccos 2x}{5^x}$;	б) $y = (x^2 + 5x - 6)^2 \cdot (x^2 - 3x + 4)$; г) $y = \ln(x^3 - 4x^2 + 5x - 7)$.
21.	а) $y = 3x^7 - \frac{1}{5x^5} + 12x - 51$; б) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x-4}$;	б) $y = e^{3x} \cdot \cos x$; г) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 5}$.
22.	а) $y = 10x^4 + 11x^3 - \frac{9}{\sqrt[9]{x^4}} + 1$; б) $y = \frac{\sin 5x}{1 + \cos x}$;	б) $y = (x-1)(x+1)(x^2-4)^2$; г) $y = 3^{x^2-2x}$.
23.	а) $y = 6x^5 + \frac{2}{\sqrt{x^7}} + 1,55$; б) $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{\sin x}$;	б) $y = (x+2) \ln(1-x)$; г) $y = (\operatorname{arctg}(11-9x))^5$.
24.	а) $y = 7x^3 + 11x^2 - \frac{6}{\sqrt[6]{x^5}} + 11x^2$; б) $y = \frac{\arccos x}{x^2 - 3}$;	б) $y = (x^2 - 3x) \log_6 x$; г) $y = e^{\cos 5x}$.
25.	а) $y = 2x^7 - 5x^2 + 2\sqrt{x} - 4$; б) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$;	б) $y = x^2 \cdot \sin 2x$; г) $y = \left(\arcsin \frac{x}{4}\right)^3$.
26.	а) $y = 5x^3 - \frac{x}{2} + \frac{5}{3}\sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$; б) $y = \frac{\ln x}{1 + 2 \sin x}$;	б) $y = 4^x \cdot \operatorname{tg} 2x$; г) $y = \sqrt{3x + \cos 3x}$.

27.	а) $y = 9x^2 + 11x + \frac{3}{2}\sqrt{x^3} - \frac{5}{\sqrt[3]{x^2}};$ б) $y = \frac{(x-1)^2}{\log_3 x};$	б) $y = \sqrt[3]{x} \cdot 3^{2x};$ г) $y = 3^{\cos^2 x}.$
28.	а) $y = 17x^3 - 2x^2 - 4\sqrt[4]{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}};$ б) $y = \frac{1+e^{5x}}{1-e^{5x}};$	б) $y = x^3 \cdot \arcsin x;$ г) $y = \left(\operatorname{tg} \frac{x}{3}\right)^3.$
29.	а) $y = 31 \cdot x^4 - 5x^3 + 6 \cdot \sqrt[6]{x} - \sqrt{3};$ б) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1-\sqrt{x}};$	б) $y = 3^{2x} \cdot \operatorname{ctg} x;$ г) $y = \sqrt[4]{\ln(3x+2)}.$
30.	а) $y = 7x^2 - \frac{10}{\sqrt{x}} + 7^x;$ б) $y = \frac{\cos 2x}{1+2 \sin x}$	б) $y = x \cdot \ln(\sin x);$ г) $y = \arccos \sqrt{2x}.$

Задание 4. Исследовать данную функцию и построить ее график.

1.	$y = \frac{x^2}{x-1};$	16.	$y = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2};$
2.	$y = xe^x;$	17.	$y = -(x+1)e^{x+2};$
3.	$y = \frac{x^2+5}{x^2-1};$	18.	$y = \frac{x}{\ln x};$
4.	$y = \frac{3-2x}{(x-2)^2};$	19.	$y = \frac{3-x^2}{x+2};$
5.	$y = x \cdot \sqrt{1-x};$	20.	$y = \frac{2x+3}{3x-5};$
6.	$y = xe^{-x};$	21.	$y = \frac{x}{x^2+1};$
7.	$y = \frac{x^3+2}{x^2};$	22.	$y = \frac{x-1}{x^2-4};$
8.	$y = \frac{x^2}{x^2-1};$	23.	$y = \frac{x}{x^2-1};$
9.	$y = x^2 e^x;$	24.	$y = (x+2)e^{x+2};$

10.	$y = \frac{x^3}{x^2 - 4};$	25.	$y = \frac{x^2}{(x-2)^2};$
11.	$y = \frac{x^3}{(x-2)^2};$	26.	$y = 3 - 3 \ln \frac{x}{x+4};$
12.	$y = \sqrt[3]{1+x^3};$	27.	$y = x^2 \ln x;$
13.	$y = \frac{x^2}{(x-1)^2};$	28.	$y = \frac{x^2}{x^2 + 1};$
14.	$y = \frac{x+4}{e^{x+4}};$	29.	$y = \frac{x-3}{(x+2)^2};$
15.	$y = \frac{4x}{x^2 + 4};$	30.	$y = \frac{e^{-2x}}{2x}.$

Задание 5. Найти область определения функции и изобразить ее на координатной плоскости

1. $z = \sqrt{-x} + \sqrt{y};$	16. $z = \ln(y^2 - 2x);$
2. $z = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2}{9}\right);$	17. $z = \frac{1}{\sqrt{xy}};$
3. $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - r^2}},$ $(0 < r < R);$	18. $z = \arcsin y;$
4. $z = \sqrt{x} - \sqrt{y};$	19. $z = \ln(x^2 + y^2) + \sqrt{1 - y^2 + x};$
5. $z = \ln\left(\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - 1\right);$	20. $z = \sqrt{x \ln y};$
6. $z = \frac{x}{\sqrt{x-y}} + \frac{y}{\sqrt{x+y}};$	21. $z = \ln \frac{4}{x^2 - y^2};$
7. $z = \frac{1}{(x-1)(y-2)};$	22. $z = \frac{1}{\ln(x^2)} + \sqrt{x+y};$
8. $z = \frac{1}{\ln(1 - x^2 - y^2)};$	23. $z = (\sqrt{x-y} + \sqrt{x+y})^{-1};$
9. $z = \arcsin(1-y);$	24. $z = \frac{y}{\sqrt{x}};$

10. $z = x y + \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$;	25. $z = y + \arcsin(x + 2)$;
11. $z = \sqrt{x^2 + 2x + y^2}$;	26. $z = (e^x - y)^{-1}$;
12. $z = \arcsin(x - y)$;	27. $z = (2x - y)^{\frac{1}{2}}$;
13. $z = \arccos\left(\frac{y}{x}\right)$;	28. $z = \sqrt{4^x - 2^y}$;
14. $z = \ln(xy)$;	29. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \arcsin x$;
15. $z = \sqrt{x + 3y}$;	30. $z = \arccos y + \arccos x $.

Задание 6. В №1-8 показать, что функция $z = z(x, y)$ удовлетворяет уравнению $F(x, y, z) = 0$

№	$z = z(x, y)$	$F(x, y, z) = 0$
1	$z = y \ln(x^2 - y^2)$	$\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{z}{y^2} = 0$
2	$z = \frac{x^2}{2y} + \frac{x}{2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$	$x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{x^3}{y} = 0$
3	$z = \frac{xy}{x + y}$	$x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - z = 0$
4	$z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$	$\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{z}{y^2} = 0$
5	$z = x \ln\left(\frac{y}{x}\right)$	$x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - z = 0$
6	$z = (x^2 + y^2) \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y}\right)$	$x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - 2z = 0$
7	$z = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1}$	$x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + 2z(1 + z) = 0$
8	$z = 4e^{-2y} + (2x + 4y - 3)e^{-y} - x - 1$	$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial z}{\partial y} + x + z = 0$

В №9-20 для заданных функций найти частные производные

9	$u = e^{\frac{x}{y}} + e^{-\frac{z}{y}}$	$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$
10	$z = \frac{\cos y^2}{x}$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$
11	$z = \ln(x^2 + y^2)$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$
12	$r = \rho^2 \cdot \sin^4 \varphi$	$\frac{\partial r}{\partial \rho}, \frac{\partial r}{\partial \varphi}$
13	$z = \cos(x^5 y^2)$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$
14	$u = \operatorname{tg}^2(3v + 4\varpi)$	$\frac{\partial u}{\partial v}, \frac{\partial u}{\partial \varpi}$
15	$r = \rho \sin \varphi - \varphi \cos \rho$	$\frac{\partial r}{\partial \rho}, \frac{\partial r}{\partial \varphi}$
16	$\varpi = 2^{3t^2 + 2z^3 - tz^2}$	$\frac{\partial \varpi}{\partial t}, \frac{\partial \varpi}{\partial z}$
17	$z = \operatorname{arctg} \frac{y}{1 + x^2}$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$
18	$u = 2y\sqrt{x} + 3y^2 \cdot \sqrt[3]{z^2}$	$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$
19	$z = \left(\frac{y}{x}\right)^t$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial z}{\partial t}$
20	$u = z \cdot e^{-zy}$	$\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial y}$

В №21-30 для указанной функции $z = z(x, y)$ найти дифференциал dz первого порядка

№	$z = z(x, y)$
21	$z = xy + \frac{y}{x}$
22	$z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$
23	$z = e^{(x^2 + y^2)^2}$

24	$z - xy + \ln(x^2 + y^2)$
25	$z = \sqrt{x^2 + y^4} - 5$
26	$z = \ln\left(\operatorname{tg} \frac{y}{x}\right)$
27	$z = \frac{\cos x}{\sin y}$
28	$z = \arcsin \frac{y}{x}$
29	$z = \sqrt[3]{x^4 + y^4}$
30	$z = e^{xy} + \frac{x}{\sqrt{y}}$

Задание 7. В №1-15 дана функция $u = f(x, y)$, точка $M_0(x_0, y_0)$ и вектор $\vec{a}$. Найти $\vec{\operatorname{grad}} u(M_0)$ и $\frac{\partial u}{\partial \ell}(M_0)$ по направлению вектора $\vec{a}$.

№	$u = f(x, y)$	$M_0(x_0, y_0)$	$\vec{a}$
1	$u = 3x^2 + 2xy + y^2$	$M_0(1; 2)$	$\vec{a}\{4; 3\}$
2	$u = x^2 + 3xy^2$	$M_0(1; 3)$	$\vec{a}\{1; 2\}$
3	$u = \operatorname{arctg}(x^2 y^2)$	$M_0(1; -1)$	$\vec{a}\{5; -12\}$
4	$u = \ln(5x + 3y)$	$M_0(2; 2)$	$\vec{a}\{2; -3\}$
5	$u = 2x^3 y + 3xy^2$	$M_0(1; -2)$	$\vec{a}\{6; -8\}$
6	$u = 2x^4 + 8x^2 y^3$	$M_0(2; -1)$	$\vec{a}\{4; 3\}$
7	$u = x^2 + xy + y^2$	$M_0(1; 1)$	$\vec{a}\{2; -1\}$
8	$u = 5x^2 + 6xy$	$M_0(2; 1)$	$\vec{a}\{1; 2\}$
9	$u = 3x^4 + 2x^2 y^2$	$M_0(-1; 2)$	$\vec{a}\{4; -3\}$
10	$u = 3x^2 y^2 + 5xy^2$	$M_0(1; 1)$	$\vec{a}\{2; 1\}$
11	$u = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$	$M_0(1; -2)$	$\vec{a}\{1; -2\}$
12	$u = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$	$M_0(1; -1)$	$\vec{a}\{5; -12\}$
13	$u = \ln(5x^2 + 4y^2)$	$M_0(1; 1)$	$\vec{a}\{2; -1\}$

14	$u = \arcsin\left(\frac{x^2}{y}\right)$	$M_0(1; 2)$	$\bar{a}\{5; -12\}$
15	$u = \operatorname{arctg}(x y^2)$	$M_0(2; 3)$	$\bar{a}\{4; -3\}$

В №16-30 дана функция $u = f(x, y)$, точка $M_0(x_0, y_0)$ и линия L , проходящая через т. M_0 . Найти $\vec{\operatorname{grad}} u(M_0)$ и $\frac{\partial u}{\partial \ell}(M_0)$ в направлении линии L , в сторону возрастания координаты x .

№	$u = f(x, y)$	$M_0(x_0, y_0)$	L
16	$u = \ln(x^2 + y^2)$	$M_0(1; 3)$	$L: y^2 = 9x$
17	$u = y^2 e^x$	$M_0(2; 2)$	$L: xy = 4$
18	$u = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$	$M_0(1; 1)$	$L: x^2 + y^2 - 2x = 0$
19	$u = \arcsin\left(\frac{x}{y+1}\right)$	$M_0(1; 1)$	$L: y = \sqrt{x}$
20	$u = \operatorname{arctg}(x + y)$	$M_0(1; 1)$	$L: y = x$
21	$u = \ln(x^2 + y^2)$	$M_0(1; 1)$	$L: x^2 + y^2 = 2$
22	$u = x^2 + y^2$	$M_0(4; 4)$	$L: y^2 = 4x$
23	$u = x^2 + y^2$	$M_0(6; 8)$	$L: x^2 + y^2 = 100$
24	$u = \operatorname{arctg}(x y^2)$	$M_0(1; -1)$	$L: y = -x$
25	$u = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$	$M_0(5; 5)$	$L: y^2 = 5x$
26	$u = \operatorname{arctg}(x^2 + y)$	$M_0(2; 1)$	$L: y^2 = \sqrt{x^2 - 3}$
27	$u = \arccos\left(\frac{x}{y}\right)$	$M_0(1; 2)$	$L: y = 2x$
28	$u = x^2 + y^2 + xy$	$M_0(3; 1)$	$L: 4x - 3y - 9 = 0$
29	$u = \arccos\left(\frac{y}{x+y}\right)$	$M_0(5; 5)$	$L: y^2 = 5x$
30	$u = \ln(x + y)$	$M_0\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$	$L: y = \operatorname{tg}(x)$

Задание 8. Исследовать функцию $u = f(x, y)$ на экстремум

№	$u = f(x, y)$	№	$u = f(x, y)$
1	$z = e^x(4y - xy - y^2)$	16	$z = x^3 + y^3 - 9xy + 27;$
2	$z = \frac{1}{2}xy + (47 - x - y)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4}\right)$	17	$z = x^2 + xy + y^2 - 4\ln x - 10\ln y;$
3	$u = x^2 - xy + y^2$	18	$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y;$
4	$u = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x$	19	$z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2);$
5	$u = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y$	20	$z = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)};$
6	$u = xy + \frac{1}{2(x+y)}$	21	$z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y;$
7	$u = e^{x-y}(x^2 - 2xy + 2y^2)$	22	$z = xy(1 - x - y);$
8	$u = (x - 2y)e^{-(x^2+y^2)}$	23	$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y;$
9	$u = x^2 - xy - y^2$	24	$z = xy + 3x - 2y;$
10	$u = x^3 + y^3 - x^2 - 2xy - y^2$	25	$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20;$
11	$u = x^3 - 2x^2y^2 + y^4$	26	$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2;$
12	$u = e^{x+2y}(x^2 - y^2)$	27	$z = 6xy - 9y^2 - 9x^2 + 4x + 4y;$
13	$u = (x^2 + 2y^2)e^{-(x^2+y^2)}$	28	$z = x^2 + xy - 2;$
14	$u = xy \ln(x^2 + y^2)$	29	$z = x^2 + 2xy + 4x - y^2;$
15	$z = x^3y^2(6 - x - y)$	30	$z = xy - 3x - 2y;$

Задание 9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $u = f(x, y)$ в замкнутой области D , ограниченной заданными линиями.

1	$u = x^2 + 2xy - 10$	$D: y = 0,$ $y = x^2 - 4;$
2	$u = x^2 + xy - 2$	$D: y = 0,$ $y = 4x^2 - 4;$
3	$u = xy - 2x - y$	$D: x = y = 0,$ $x = 3, \quad y = 4;$
4	$u = x^3 + y^3 - 3xy$	$D: x = y = 0,$ $x = 2, \quad y = 3;$

5	$u = x^2 + 2xy - 10$	$D: y = 0,$ $y = x^2 - 4;$
6	$u = 5x^2 - 3xy + y^2$	$D: x = y = 0,$ $y + x = 2;$
7	$u = x^2 - 2y^2 + 4$	$D: x^2 + y^2 = 1;$
8	$u = \frac{1}{2}x^2 - xy$	$D: y = \frac{1}{3}x^2,$ $y = 3;$
9	$u = x^2 + 3y^2 + x - y$	$D: x = 1,$ $y = -1,$ $y + x = 1;$
10	$u = x^2 + 2xy + 2y^2$	$D: x = 1,$ $y = 0, y = 2;$
11	$u = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$	$D: y = 0, x = -3,$ $x + y + 1 = 0;$
12	$u = x^2 - 2xy - \frac{5}{2}y^2 - 2x$	$D: 0 \leq x \leq 2,$ $0 \leq y \leq 2.$
13	$z = x^2 - xy + y^2 - 4x;$	$D: x = 0, y = 0, 2x + 3y - 12 = 0.$
14	$z = x^2 + 3y^2 + x - y;$	$D: x = 1, y = 1, x + y - 1 = 0.$
15	$z = x^3 + y^3 - 3xy;$	$D: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3.$
16	$z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x;$	$D: x = 0, y = 0, x + y - 3 = 0.$
17	$z = xy - 2x;$	$D: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 4.$
18	$z = \frac{1}{2}x^2 - xy;$	$D: y = \frac{1}{3}x^2, y = 3.$
19	$z = 2x + y - xy;$	$D: 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4.$
20	$z = x^2 + 2xy - 4x + 8y;$	$D: 0 \leq x \leq 1, -4 \leq y \leq 2.$
21	$z = x^2 + y^2 - xy + x + y;$	$D: x = 0, y = 0, x - y - 3 = 0.$
22	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1;$	$D: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1.$
23	$z = x^2 - y^2 - x + y;$	$D: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1.$
24	$z = x^2 + 2xy - 4x + 8y;$	$D: x = 0, y = 0, 5x - 3y + 45 = 0.$
25	$z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 5;$	$D: x + y = 5, x = -1, y = -1.$
26	$z = -3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y;$	$D: x = 0, y = 0, 3x + 4y = 12.$
27	$z = 3xy - 6x^2 - 6y^2 + 15x;$	$D: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1.$
28	$z = x^2 + 6xy - x + 3y;$	$D: x = 0, x = 3, y = 0, y = 3.$

29	$z = x^2 - 4xy + y^2 + 6y;$	$D: y = x, y = 0, x = 4.$
30	$z = 5xy - y^2;$	$D: x = 4, y^2 = 5x + 5.$

Задание 10. В результате эксперимента получены данные, выписанные в виде таблицы. Методом наименьших квадратов требуется установить функциональную зависимость величины y от величины x : $y = f(x)$

Вариант 1

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	0,5	7,5	12,5	14,5	14,5	15

Вариант 2

x	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5
y	10,5	9,5	6,5	4,5	2,5	2,5

Вариант 3

x	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
y	0,5	3,5	4,5	4,5	4,5	4

Вариант 4

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	0,5	5,5	6,5	8,5	9,5	9

Вариант 5

x	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5
y	9,5	7,5	5,5	6,5	6,5	6,5

Вариант 6

x	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
y	0,5	6,5	12,5	14,5	15,5	15

Вариант 7

x	-2,5	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5
y	0,5	1,5	2,5	2,5	2,5	4

Вариант 8

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	10,5	10,5	9,5	9,5	6,5	7,5

Вариант 9

x	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
y	0,5	3,5	8,5	8,5	9,5	10

Вариант 10

x	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
y	9,5	9,5	8,5	7,5	6,5	7,5

Вариант 11

x	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
y	0,5	4,5	5,5	5,5	6,5	8

Вариант 12

x	-2,5	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5
y	9,5	9,5	9,5	5,5	6,5	8

Вариант 13

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	0,5	3,5	3,5	3,5	4,5	4

Вариант 14

x	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
y	10,5	10,5	10,5	8,5	8,5	11

Вариант 15

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	0,5	5,5	5,5	7,5	8,5	9

Вариант 16

x	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
y	0,5	8,5	9,5	10,5	10,5	10

Вариант 17

x	-3,5	-2,5	-1,5	-0,5	0,5	1,5
y	9,5	7,5	7,5	10,5	11,5	12

Вариант 18

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	0,5	2,5	3,5	3,5	4,5	4

Вариант 19

x	-2,5	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5
y	0,5	1,5	3,5	3,5	4,5	6

Вариант 20

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	10,5	10,5	9,5	8,5	6,5	6,5

Вариант 21

x	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
y	0,5	0,5	5,5	7,5	8,5	9

Вариант 22

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
y	9,5	8,5	8,5	6,5	5,5	6,5

Вариант 23

x	-3,5	-	-1,5	-0,5	0,5	1,5
y	0,5	7,5	7,5	9,5	10,5	11

Вариант 24

x	-4,5	-	-2,5	-1,5	-0,5	0,5
y	8,5	7,5	7,5	7,5	8,5	9

Вариант 25

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
y	0,5	3,5	4,5	6,5	6,5	6

Вариант 26

x	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5
y	10,5	8,5	6,5	6,5	4,5	5,5

Вариант 27

x	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
y	0,5	9,5	11,5	12,5	12,5	12

Вариант 28

x	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
y	0,5	9,5	15,5	17,5	18,5	18

Вариант 29

x	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5
y	9,5	7,5	6,5	8,5	10,5	8,5

Вариант 30

x	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
y	0,5	0,5	1,5	3,5	3,5	3