**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра математики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**и контрольные работы для студентов заочной формы обучения
экономических специальностей
(III семестр)**

Уфа 2011

Составители: Хакимова З.Р., старший преподаватель
Янчушка А.П., доц., к.э.н.
Янчушка З.И., доц., к.э.н.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВЫСШЕМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ СТУДЕНТАМ-ЗАОЧНИКАМ

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом; она складывается из чтения учебников, решения задач, выполнения контрольных заданий. В помощь заочникам ВУЗа организуют чтение лекций и практические занятия. Кроме того, студент может обращаться к преподавателю с вопросами в письменном виде или устно. Указания студенту по текущей работе даются также в процессе рецензирования контрольных работ. Однако студент должен помнить, что только при систематической и упорной самостоятельной работе помощь ВУЗа будет достаточно эффективной.

Завершающим этапом изучения каждого из математических курсов (или отдельных частей курса высшей математики) является сдача зачетов и экзаменов в соответствии с учебным планом.

1. Лекции и практические занятия

Во время экзаменационно-лабораторных сессий для студентов-заочников организуются лекции и практические занятия. Они носят по преимуществу обзорный характер. Их цель – обратить внимание на общую схему построения соответствующего раздела курса, подчеркнуть важнейшие факты, указать главные практические приложения, факты из истории науки. Кроме того, на этих занятиях могут быть более подробно разобраны отдельные вопросы курса (например, методы приближенных вычислений и др.); могут быть также рассмотрены отдельные вопросы программы, отсутствующие или недостаточно полно освещенные в рекомендуемых пособиях.

Для студентов, имеющих возможность заниматься в группах на учебно-консультационных пунктах, лекции и практические занятия проводятся в течение всего учебного года. Эти лекции и практические занятия носят более систематический характер, однако и они призваны оказать только помощь студенту в его самостоятельной работе.

2. Контрольные работы

1. В процессе изучения математических курсов студент должен выполнить ряд контрольных работ, главная цель которых – оказать студенту помощь в его работе. Рецензии на эти работы позволяют студенту судить о степени усвоения им соответствующего раздела курса; указывают на имеющиеся у него пробелы, на желательное направление дальнейшей работы; помогают сформулировать вопросы для консультации с преподавателем (письменной или устной).

2. Не следует приступать к выполнению контрольного задания до решения достаточного количества задач по материалу, соответствующего этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу контрольного задания вызывается тем, что студент не выполнил это требования.

3. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Несамостоятельно выполненная работа не дает возможности преподавателю-рецензенту указать студенту на недостатки в его работе, в усвоении им учебного материала, в результате чего студент не приобретает необходимых знаний и может оказаться неподготовленным к устному экзамену и зачету.

4. Не рекомендуется присылать в учебное заведение одновременно работы по нескольким заданиям: это не дает возможности рецензенту своевременно указать студенту не допускаемые им ошибки и удлиняет срок рецензирования работ.

5. Прорецензированные контрольные работы вместе со всеми исправлениями и дополнениями, сделанными по требования рецензента, следует сохранять. Без предъявления преподавателю прорецензированных контрольных работ студент не допускается к сдаче зачета или экзамена.

6. Распределение контрольных работ по семестрам устанавливается каждым учебным заведением для своих студентов в соответствии с распределением по семестрам материала и сообщается студентам дополнительно.

3. Решение задач

1. Чтение учебника должно сопровождаться решением задач, для чего рекомендуется завести специальную тетрадь.

2. При решении задач нужно обосновывать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса.

Если студент видит несколько путей решения задачи, то он должен сравнить их и выбрать из них самый удобный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения задачи.

3. Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления должны располагаться в строгом порядке, при этом рекомендуется отделять вспомогательные вычисления от основных. Ошибочные записи не следует стирать и замазывать, а зачеркивать.

Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями.

4. Решение каждой задачи должно доводиться до окончательного ответа, которого требует условие, и, по возможности, в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения (если таковы даны) входящих в нее букв. В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа π и т.п.

5. Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретными физическим или геометрическим содержанием, то полезно прежде всего проверить размерность полученного ответа.

Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.

6. Решение задач определенного типа нужно продолжать, до приобретения твердых навыков в их решении.

4. Изучение теоретического материала

1. Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, проделывая на

бумаге все вычисления (в том числе и те, которые по их простоте опущены в учебнике), воспроизводя имеющиеся в учебнике чертежи.

2. Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.

3. Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному понимаю многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.

4. При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т.п. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные для письменной или устной консультации с преподавателем.

5. Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны аккуратно. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.

6. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

5. Консультации

1. Если в процессе работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удается (неясность терминов, формулировок теорем, отдельных задач и др.), он может обратиться к преподавателю для получения от него указаний в виде письменной или устной консультаций.

2. В своих запросах студент должен точно указывать, в чем он испытывает затруднение. Если он не разобрался в теоретических объяснениях, или в доказательстве теоремы, или в выводе формулы по учебнику, то нужно указать, какой это учебник, год его издания и страницу, где рассмотрен затрудняющий его вопрос, и что именно его затрудняет. Если студент испытывает затруднение при решении задачи, то следует указать характер этого затруднения, привести предполагаемый план решения.

3. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы для самопроверки.

6. Самопроверка

1. После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем, проверяя себя каждый раз по учебнику.

Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, ставят цель помочь студенту в таком повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, порешать задачи.

2. Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

3. Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал. Однако здесь следует предостеречь студента от весьма распространенной ошибки, заключающейся в том, что благополучное решение задач воспринимается им как признак усвоения теории. Часто

правильное решение задачи получается в результате применения механически заученных формул, без понимания существа дела. Можно сказать, что умение решать задачи является необходимым, но недостаточным условием хорошего знания теории.

7. Зачет и экзамен

На экзаменах и зачетах выясняется прежде всего отчетливое усвоение всех теоретических и прикладных вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. Определения, теоремы, правила должны формулироваться точно и с пониманием существа дела; решение задач в простейших случаях должны проделываться без ошибок и уверенно; всякая письменная и графическая работа должна быть аккуратной и четкой. Только при выполнении этих условий знания могут быть признаны удовлетворяющими требованиям, предъявляемым программой.

При подготовке к экзамену учебный материал рекомендуется повторять по учебнику и конспекту.

Примерная программа курса «Математика» на III семестр

Теория вероятностей

1. Предмет теории вероятностей. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события.
2. Элементы комбинаторики. Классическое и геометрическое определение вероятности.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формулы Бейеса.
4. Повторные испытания.
5. Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.
6. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
7. Некоторые законы распределения непрерывной случайной величины.
8. Двумерные случайные величины. Закон распределения. Функция распределения и плотность вероятности двумерной случайной величины.
9. Условные законы распределения. Числовые характеристики системы двух случайных величин.

Методические указания по изучению курса математики

При изучении курса «Математика» рекомендуется использовать следующую литературу:

Литература

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для ВУЗОВ/ Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. – 7-е изд., испр. и доп. – М.:ОНИКС 21 век, 2008. – 448 С.
2. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е. С. Вентцель. - 10-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2006. – 575 С.
3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов/В. Е. Гмурман. — 9-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2003. — 479 С.
4. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике/В. Е. Гмурман. — 9-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2004.— 404 С.
5. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономистов/Н.Ш. Кремер. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Юнити, 2004. – 471 С.
6. Ермаков, В.И. Сборник задач по высшей математике для экономистов/ В.И. Ермаков. - М.: Инфра-М, 2003. - 575 С.
7. Учебно-методический комплекс дисциплины «Математика». Раздел 13 «Теория вероятностей». Теоретические основы. Методические указания для студентов. Материалы для самостоятельной работы студентов. – Уфа: Издательство УГНТУ, 2009. – 221 С.
8. Учебно-методический комплекс дисциплины «Математика». Раздел 13 «Теория вероятностей». Контрольно-измерительные материалы. – Уфа: Издательство УГНТУ, 2009. – 121 С.

Электронные издания

1. http://www.math.rusoil.net Учебно-методические издания Учебно-методические комплексы Раздел 13

Тема 1. Предмет теории вероятностей. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события.

Литература: [1], глава 5, §1;
[3], часть 1, глава 1.
[5], глава 1, §1.12;

Тема 2. Элементы комбинаторики. Классическое и геометрическое определение вероятности.

Литература: [1], глава 5, §1;
[3], часть 1, глава 1, §4-8;
[5], глава 1, §1.2-1.6;
[7],

Тема 3. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формулы Бейеса.

Литература: [1], глава 5, §2, 4;
[3], часть 1, глава 2, 3, 4;
[5], глава 1, §1.7-1.11;
[7],

Тема 4. Повторные испытания.

Литература: [3], часть 1, глава 5;
[5], глава 2;
[7],

Тема 5. Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.

Литература: [3], часть 2, глава 6, §1-5; глава 7, §1-4; глава 8, §1-5;
[5], глава 3, §3.1-3.5;
[7],

Тема 6. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.

Литература: [3], часть 2, глава 10; глава 12, §1, 9; глава 11, §1-5;
[5], глава 3, §3.6-3.8;
[7],

Тема 7. Некоторые законы распределения непрерывной случайной величины.

Литература: [1], глава 5, §8, 10, 11;
[3], часть 2, глава 11, §6; глава 12, §3-6;
[5], глава 4, §4.5-4.7;
[7],

Тема 8. Двумерные случайные величины. Закон распределения. Функция распределения и плотность вероятности двумерной случайной величины.

Литература: [1], глава 5, §15;
[3], часть 2, глава 14, §1-12;
[5], глава 5, §5.1-5.3;
[7],

Тема 9. Условные законы распределения. Числовые характеристики системы двух случайных величин.

Литература: [1], глава 5, §16;
[3], часть 2, глава 14, §13-21;
[5], глава 5, §5.4-5.7;
[7],

Тема 1. Случайное событие. Относительная частота случайного события. Вероятность события. Предмет теории вероятностей

Основным понятием теории вероятностей является понятие *случайного события.* Случайным событием называется такое событие, которое при осуществлении некоторых условий может произойти или не произойти.

Пример 1. Появление герба при бросании монеты есть случайное событие.

Пример 2. Попадание в данный объект или в данную площадь при стрельбе по этому объекту из данного орудия есть случайное событие.

Пример 3. При изготовлении цилиндра с заданной величиной диаметра 20 см получать ошибки меньше, чем 0,2 мм, при данных средствах производства есть случайное событие.

Определение 1. *Относительной частотой* (или просто частотой) p^* случайного события A называется отношение числа m^* появления данного события к общему числу n^* проведенных одинаковых испытаний, в каждом из которых появиться или не появиться данное событие. Будем писать так:

$$P^*(A) = p^* = \frac{m^*}{n^*}. \qquad (1)$$

Пример 4. Пусть по данному объекту из данного орудия при одинаковых условиях произведено 6 серий выстрелов:

в 1-й серии было 5 выстрелов, число попаданий 2,

во 2-й серии было 10 выстрелов, число попаданий 6,

в 3-й серии было 12 выстрелов, число попаданий 7,

в 4-й серии было 50 выстрелов, число попаданий 27,

в 5-й серии было 100 выстрелов, число попаданий 49,

в 6-й серии 200 выстрелов, число попаданий 102.

Событие A – попадание в цель. Относительная частота попадания в сериях будет

в 1-й серии $\frac{2}{5} = 0{,}40$,

во 2-й серии $\frac{6}{10} = 0{,}60$,

в 3-й серии $\frac{7}{12} = 0{,}58$,

в 4-й серии $\frac{27}{50} = 0{,}54$,

в 5-й серии $\frac{49}{100} = 0{,}49$,

в 6-й серии $\frac{102}{200} = 0{,}51$.

Из наблюдений различных явлений следует, что если число испытаний в каждой серии практически невелико, то относительные частоты появления события A в каждой серии могут существенно отличаться одна от другой. Если же число опытов в сериях велико, то, как правило, относительные частоты появления события A в различных сериях отличаются друг от друга мало и это отличие тем меньше, чем больше испытаний в сериях. Говорят, что относительная частота при большом числе испытаний все более перестает носить случайный характер. Однако отметим, что существуют такие события, у которых относительная частота не носит устойчивый характер и ее величины в различных сериях, даже очень больших, могут сильно отличаться друг от друга.

Опыт показывает, что в подавляющем большинстве случаев существует постоянное число p такое, что относительные частоты появления события A при большом числе испытаний, кроме редких случаев, мало отличаются от этого числа p.

Этот опытный факт символически записывают так:

$$\frac{m^*}{n^*} \xrightarrow[n^* \to \infty]{} p. \tag{2}$$

Число p называется *вероятностью* появления случайного события A. Последнюю фразу символически записывают так:

$$P(A) = p. \tag{3}$$

Вероятность p является объективной характеристикой возможности появления события A при данных испытаниях, определяющейся характером события A.

Относительная частота при большом числе испытаний мало отличается от вероятности, «кроме редких случаев», существованием которых часто можно пренебречь.

Коротко словами соотношение (2) формулируют так:

При неограниченном увеличении числа опытов n^* *относительная частота события А сходится к вероятности р появления этого события.*

Замечание. В приведенных рассуждениях мы на основании опытов постулировали соотношение (2). Но постулируют и другие естественные условия, следующие из опыта. Из них выводится соотношение (2), которое тогда уже будет теоремой. Это известная в теории вероятностей теорема Я.Бернулли (1654-1705).

Так как вероятность является объективной характеристикой возможности появления некоторого события, то для предсказания характера протекания многих процессов, которые приходится рассматривать и в военном деле, и в организации производства, и в экономике и т.д., нужно уметь определять вероятность появления некоторых сложных событий. Определение вероятности появления события по вероятностям элементарных событий, определяющих данное сложное событие, изучение вероятностных закономерностей различных случайных событий и является предметом *теории вероятностей.*

Тема 2. Классическое определение вероятности и непосредственный подсчет вероятностей

Во многих случаях вероятность рассматриваемого случайного события может быть подсчитана, исходя из анализа рассматриваемого испытания.

Для понимания дальнейшего изложения рассмотрим пример.

Пример 1. Однородный куб, на гранях которого нанесены различные числа от 1 до 6, будем называть игральной костью. Рассматриваем случайное событие – появление числа ℓ $\left(1 \le \ell \le 6\right)$ на верхней грани при бросании игральной кости. Так как в силу симметрии кости события – появление любого числа от1 до 6 – одинаково возможны, то их называют *равновозможными.* При большом числе n бросаний кости можно ожидать, что число ℓ, как и каждое другое число от 1 до 6, появится на верхней грани примерно в $\frac{n}{6}$ случаях. Это подтверждается опытом.

Относительная частота будет близка к числу $p^* = \frac{1}{6}$. Поэтому считают, что вероятность появления на верхней грани числа ℓ, как и всякого другого числа от 1 до 6, равна $\frac{1}{6}$.

Анализом случайных событий, вероятность которых подсчитывается непосредственно, мы и займемся ниже.

Определение 1. Случайные события называются *несовместными* в данном испытании, если никакие два из них не могут появиться вместе.

Определение 2. Будем говорить, что случайные события образуют *полную группу,* если при каждом испытании может появиться любое из них и не может появиться какое-либо иное событие, несовместное с ними.

Рассмотрим полную группу равновозможных несовместных случайных событий. Такие события будем называть *случаями* (или *шансами*).

Событие (случай) такой группы называется *благоприятствующим* появлению события А, если появление этого случая влечет появление события А.

Пример 2. В урне находится 8 шаров, на каждом из которых поставлено по одной цифре от 1 до 8. Шары с цифрами 1, 2, 3 красные, остальные шары черные. Появление шара с цифрой 1 (так же как и появление шара с цифрой 2 или 3) есть событие, благоприятствующее появлению красного шара.

Для рассматриваемого случая можно дать иное, чем в §1, определение вероятности.

Определение 3. *Вероятностью p* события А называется отношение числа m благоприятствующих случаев к числу всех возможных случаев n, образующих полную группу равновозможных несовместных событий, или символически

$$P(A) = p = \frac{m}{n}. \quad (1)$$

Определение 4. Если какому-либо событию благоприятствуют все n случаев, образующих полную группу равновозможных несовместных событий, то такое событие называется *достоверным;* его вероятность $p = 1$.

Событие, которому не благоприятствует ни один n случаев, образующих полную группу равновозможных несовместных событий, называется *невозможным*; его вероятность $p = 0$.

Замечание 1. Противоположные утверждения в данном случае также верны. Однако в других случаях, например в случае непрерывной случайной величины (§12), противоположные утверждения могут быть и неверны, т.е. из того, что вероятность какого-либо события равна 1 или0, еще не следует, что это событие достоверно или невозможно.

Из определения вероятности следует, что она удовлетворяет соотношению

$$0 \le p \le 1.$$

Пример 3. Из колоды в 36 карт вынимается одна карта .Какова вероятность появления карты пиковой масти?

Решение. Здесь всего случаев $n = 36$. Событие А – появление карты пиковой масти. Число случаев, благоприятствующих событию А, $m = 9$.

Следовательно, $p = 9/36 = 1/4$.

Пример 4. Бросаются одновременно две монеты. Какова вероятность выпадения герба на обеих монетах (т.е. двух гербов)?

Решение. Составим схему возможных случаев.

	Первая монета	Вторая монета
1-й случай	герб	герб
2-й случай	герб	не герб
3-й случай	не герб	герб
4-й случай	не герб	не герб

Всего случаев 4. Благоприятствующих случаев 1.

Следовательно, вероятность выпадения герба на обеих монетах будет

$$p = 1/4.$$

Пример 5. Вероятность попадания в некоторую цель при стрельбе из первого орудия равна 8/10, при стрельбе из другого орудия – 7/10. Найти вероятность поражения цели при одновременном выстреле обоих орудий. Цель будет поражена, если будет хотя бы одно попадание из какого-либо орудия.

Решение. Эта задача моделируется следующим образом. В двух урнах находится по 10 шаров, пронумерованных от 1 до 10. В первой урне 8 красных и 2 черных, во второй 7 красных и 3 черных. Вынимается по одному шару из каждой урны. Какова вероятность, что среди вынутых двух шаров имеется хотя бы один красный?

Так как каждый шар первой урны может быть вынут с любым шаром второй, то всего случаев 100: $n = 100$.

Подсчитаем благоприятствующие случаи.

При вынимании каждого из 8 красных шаров первой урны одновременно с любым шаром второй урны в числе вынутых будет находиться по крайней мере один красный шар. Таких случаев будет $10 \times 8 = 80$. При вынимании каждого из 2 черных шаров первой урны одновременно с любым из 7 красных шаров второй урны в числе вынутых будет один красный. Таких случаев будет $2 \times 7 = 14$. Таким образом, всего благоприятствующих случаев будет $m = 80 + 14 = 94$.

Вероятность того, что среди вынутых будет по крайней мере один красный шар, равна

$$p = \frac{m}{n} = \frac{94}{100}.$$

Такова будет и вероятность поражения цели.

Замечание 2. В этом примере задачу о вероятности при стрельбе мы свели к задаче о вероятности появления того или иного шара при вынимании шаров из урны. Многие задачи теории вероятности можно свести к «схеме урн». Поэтому на задачи о вынимании шаров из урн следует смотреть как на *задачи обобщенные.*

Пример 6. В партии из 100 изделий 10 изделий бракованных. Какова вероятность того, что среди взятых 4 изделий 3 будут не бракованные?

Решение. Взять 4 изделия из 100 можно следующим числом способов: $n = C_{100}^{4}$. Число случаев, когда среди этих 4 изделий будут 3 не бракованные, равно $m = C_{90}^{3} \cdot C_{10}^{1}$.

Искомая вероятность будет

$$p = \frac{m}{n} = \frac{C_{90}^{3} \cdot C_{10}^{1}}{C_{100}^{4}} = \frac{1424}{4753} \approx 0{,}3.$$

Контрольная работа №5

При выполнении контрольных работ студент должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Каждую работу следует выполнять в отдельной тетради, на передней обложке которой должны быть указаны фамилия и инициалы студента, полный шифр, номер контрольной работы и дата ее отсылки в университет.

2. Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. Рекомендуется делать соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формулы, теорем, выводов, которые используются при решении.

3. Все вычисления должны быть приведены полностью, чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно, четко, с указанием единиц масштаба, координатных осей, обозначения к задачам должны соответствовать указаниям на чертеже.

4. Для удобства рецензирования преподавателем контрольной работы следует оставлять на каждой странице широкие поля.

В период экзаменационной сессии на зачете студент обязан представить зачтенную контрольную работу и по требованию преподавателя дать устные пояснения ко всем задачам, содержащимся в работе.

Студент выполняет вариант контрольной работы, который совпадает с порядковым номером в списке группы.

Для получения допуска на экзамен (зачет), контрольные работы необходимо сдать за месяц до начала следующей сессии в деканат заочного факультета для регистрации работы. Во избежание утери, зарегистрированную работу рекомендуется занести на кафедру математики (3-205 с 9 до 16).

Дополнительную информацию Вы можете найти на сайте кафедры математики **http//www.math.rusoil.net**. Здесь же выложено методическое пособие с заданиями для контрольных работ.

Для выполнения контрольной работы №5 рекомендуется использовать учебно-методические комплексы (УМК) раздел 13, а для самостоятельной работы студентов – контрольно-измерительные материалы (КИМ) раздел 13, которые Вы также можете найти на сайте кафедры, либо скачать в ауд. 3-204 (при себе иметь электронный носитель).

(образец титульного листа)

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики

Контрольная работа №___
дисциплина: «Математика»

Вариант №____

Выполнил(а) Ф.И.О. (студента)
ст. гр. _______________ шифр №____________

Проверил Ф.И.О. (преподавателя)

Уфа 201__ г.

Теория вероятностей

Задание 1

1. В урне 7 шаров: 4 белых и 3 черных. Из урны вынимается 3 шара. Какова вероятность того, что хотя бы один из них белый?

2. Игральная кость бросается 2 раза. Найти вероятность того, что: а) сумма выпавших очков четна; б) произведение выпавших очков более 20.

3. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что: а) появится нечетное число очков; б) появится менее 4 очков.

4. Монета брошена три раза. Найти вероятность того, что «герб» появится: а) один раз; б) хотя бы один раз.

5. В урне имеется 5 шаров, помеченных номерами 1, 2, … , 5. Наудачу по одному извлекают 3 шара без возвращения. Найти вероятность того, что: а) последовательно появятся шары с номерами 1, 2, 3; б) извлеченные шары будут иметь номера 1, 2, 3 независимо от того в какой последовательности они появились.

6. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли 4 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что: а) все пассажиры выйдут на пятом этаже; б) все пассажиры выйдут на одном этаже.

7. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 6 цифр. Какова вероятность того, что в нем все цифры а) различны; б) одинаковые? Известно, что номер телефона не начинается с цифры 0.

8. Пять человек случайным образом рассаживаются за круглым столом. Найти вероятность того, что два фиксированных лица А и В окажутся рядом.

9. Из n букв разрезной азбуки составлено слово « … ». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово « … ».

а) пальто; б) котелок; в) ананас.

10. 33 буквы русского алфавита написаны на карточках разрезной азбуки. Пять карточек вынимаются наугад одна за другой и укладываются на стол в порядке появления. Найти вероятность того, что получится слово «книга».

11. Вероятность своевременного выполнения студентом контрольной работы по каждой из трех дисциплин равна соответственно 0,4; 0,5; 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения контрольной работы студентом: а) по двум дисциплинам; б) хотя бы по двум дисциплинам.

12. Контролер ОТК проверив качество сшитых 20 пальто, установил, что 16 из них первого сорта, а остальные – второго. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу из этой партии 4-х пальто а) одно будет второго сорта; б) хотя бы три – первого сорта.

13. В урне 9 шаров: 4 белых и 5 черных. Из урны вынимается 2 шара. Какова вероятность того, что хотя бы один из них черный?

14. Игральная кость бросается 2 раза. Найти вероятность того, что: а) сумма выпавших очков нечетна; б) произведение выпавших очков менее 10.

15. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что: а) появится более 4 очков; б) появится не более 3 очков.

16. Монета брошена четыре раза. Найти вероятность того, что «герб» появится: а) три раза; б) ни одного раза.

17. В урне имеется 7 шаров, помеченных номерами 1, 2, … , 7. Наудачу по одному извлекают 5 шаров с возвращением. Найти вероятность того, что: а) последовательно появятся шары с номерами 1, 2, … , 5; б) извлеченные шары будут иметь номера 1, 2, … , 5 независимо от того в какой последовательности они появились; в) все номера будут различны.

18. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 6 цифр. Какова вероятность того, что в нем все цифры нечетные? Известно, что номер телефона не начинается с цифры 0.

19. В лифт восьмиэтажного дома на первом этаже вошли 4 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что все пассажиры выйдут на разных этажах.

20. Произведено три выстрела по цели из орудия. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,8; при втором – 0,7; три третьем – 0,6. Определить вероятность того, что будет: а) только 2 попадания; б) хотя бы одно попадание.

21. Внутрь круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг: а) квадрата; б) правильного треугольника.

22. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта равна 0,75. Найти вероятность того, что из четырех проверенных изделий хотя бы три будут высшего сорта.

23. Брошены три игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) на каждой из выпавших граней появится три очка; б) на всех выпавших гранях появится одинаковое число очков.

24. Слово «паровоз», составленное из букв – карточек, рассыпано на отдельные буквы, которые тщательно перемешаны. Из них выбираются последовательно четыре карточки. Какова вероятность того, что при этом появится слово «роза»?

25. 33 буквы русского алфавита написаны на карточках разрезной азбуки. Шесть карточек вынимаются наугад и раскладываются произвольным образом. Какова вероятность того, что из вынутых шести карточек можно сложить слово «плитка»?

26. В урне 5 белых и 4 черных шара. Из урны вынимаются сразу два шара. Найти вероятность того, что эти шары будут разных цветов.

27. Из тщательно перемешанной колоды, состоящей из 36 карт вынимаются сразу четыре карты. Найти вероятность того, что все эти четыре карты будут разных мастей.

28. В коробке пять одинаковых занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.

29. На полке 7 томов книг расставлены случайным образом. Найти вероятность того, что 3 и 4 тома окажутся рядом.

30. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос билета студент обнаружил, что он его знает. Какова вероятность того, что студент: а) сдаст зачет; б) не сдаст зачет?

Задание 2

В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении $\ell_1 : \ell_2 : \ell_3$. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют h_1 %, второй - h_2 %, третьей - h_3 %. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется нестандартным; б) приобретенное изделие окажется стандартным. Какова вероятность что оно изготовлено k-й фирмой?

Вариант	ℓ_1	h_1 (%)	ℓ_2	h_2 (%)	ℓ_3	h_3 (%)	k
1	5	90	8	85	7	75	1
2	4	70	3	80	5	95	2
3	3	95	2	90	2	75	3
4	5	85	3	70	4	75	2
5	3	90	4	95	7	80	3

На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: n_1 изделий с первого завода, n_2 - со второго, n_3 - с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе p_1, на втором p_2, на третьем p_3. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

Вариант	n_1	p_1	n_2	p_2	n_3	p_3
6	25	0,9	35	0,8	40	0,7
7	15	0,8	25	0,7	10	0,7
8	40	0,9	35	0,7	25	0,9
9	25	0,7	10	0,9	15	0,8
10	10	0,9	20	0,8	20	0,6

Из урны, содержащей a_1 белых и b_1 черных шара(ов), извлекается наудачу один шар и перекладывается в другую урну, которая до этого содержала a_2 белых и b_2 черных шара(ов). Цвет перекладываемого шара не фиксируется. Из второй урны наудачу извлекается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется белым?

Вариант	a_1	b_1	a_2	b_2
11	7	3	5	3
12	5	5	7	4
13	6	8	8	9
14	4	7	4	6
15	9	11	2	3

Имеются 3 одинаковых ящика с шарами. В первом ящике a_1 белых и b_1 синих шара(ов), во втором - a_2 белых и b_2 синих шара(ов), в третьем a_3 белых и b_3 синих шара(ов). Наудачу выбирается один ящик и вынимают из него один шар. Найти вероятность того, что: а) шар окажется белым; б) вынутый шар оказался белым. Какова вероятность, что он из k-го ящика?

Вариант	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	k
16	7	5	4	3	2	9	2
17	2	9	8	1	6	3	3
18	4	8	5	7	1	2	1
19	6	3	3	4	5	2	2
20	1	4	2	5	4	8	1

На предприятии изготовляющей болты, первая линия изготавливает ℓ_1 % болтов, вторая - ℓ_2 %, третья - ℓ_3 %. В их продукции брак составляет соответственно h_1, h_2 и h_3 %. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт окажется дефектным?

Вариант	ℓ_1(%)	h_1 (%)	ℓ_2(%)	h_2 (%)	ℓ_3(%)	h_3 (%)
21	35	3	25	5	40	2
22	15	1	30	4	55	3
23	40	4	25	2	35	5
24	25	3	55	2	20	2
25	60	2	20	3	20	1

В ящике находится a новых теннисных мячей и b игранных. Из ящика наугад вынимается 2 мяча, которыми играют. После этого мячи возвращают в ящик. Через некоторое время из ящика снова берут наугад два мяча. Найти вероятность того, что они будут новыми.

Вариант	a	b
26	2	5
27	3	7
28	8	5
29	4	6
30	5	5

Задание 3

В партии из N изделий n изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад m изделий k изделий являются дефектными?

Вариант	N	n	m	k	Вариант	N	n	m	k
1	20	4	5	2	16	20	5	4	1
2	30	5	5	3	17	16	6	5	3
3	20	5	4	2	18	18	5	4	2
4	25	6	5	3	19	14	4	3	1
5	15	4	3	2	20	10	4	3	2
6	20	6	4	1	21	16	5	3	2
7	30	4	3	2	22	20	6	4	3
8	16	4	3	2	23	26	5	4	2
9	18	6	5	3	24	32	8	5	3
10	12	5	4	2	25	34	10	6	4
11	30	10	5	3	26	30	6	5	3
12	26	8	6	4	27	25	5	3	2
13	24	8	5	3	28	24	6	4	3
14	22	6	4	2	29	28	8	5	2
15	20	5	3	2	30	24	6	3	2

Задание 4

В магазине выставлены для продажи n изделий, среди которых k изделий некачественные. Какова вероятность того, что взятые случайным образом m изделий будут некачественными?

Вариант	n	k	m	Вариант	n	k	m
1	20	6	2	16	15	5	2
2	18	8	3	17	17	6	3
3	16	6	2	18	18	8	4
4	14	5	3	19	20	7	2
5	12	4	3	20	22	6	3
6	10	4	2	21	26	8	2
7	18	6	3	22	28	7	3
8	22	8	2	23	30	10	2
9	24	10	3	24	26	6	2
10	26	6	2	25	28	10	3
11	30	8	3	26	14	5	2
12	25	7	2	27	18	5	3
13	23	6	3	28	16	4	2
14	24	8	2	29	17	3	2
15	30	9	3	30	19	6	3

Задание 5

В городе имеется N оптовых баз. Вероятность того, что требуемого сорта товар отсутствует на этих базах одинакова и равна p. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

Вариант	N	p	Вариант	N	p
1	3	0,2	16	4	0,15
2	4	0,25	17	3	0,24
3	3	0,1	18	2	0,1
4	2	0,2	19	3	0,12
5	4	0,1	20	4	0,14
6	3	0,2	21	4	0,16
7	4	0,3	22	3	0,15
8	3	0,1	23	3	0,13
9	3	0,12	24	2	0,21
10	4	0,3	25	2	0,16
11	3	0,15	26	3	0,19
12	3	0,18	27	4	0,26
13	4	0,24	28	3	0,14
14	2	0,14	29	2	0,15
15	3	0,16	30	3	0,22

Найти математическое ожидание и $\sigma(x)$ среднеквадратическое отклонение числа баз в городе.

Задание 6

В партии из n изделий среди которых имеется k бракованных выбраны случайным образом ℓ изделий для проверки их качества. Построить ряд распределения случайной величины X – число бракованных изделий, содержащихся в выборке. Определить математическое ожидание и дисперсию числа бракованных изделий в выборке.

Вариант	n	k	ℓ
1	15	7	3
2	20	5	4
3	25	6	3
4	12	5	5
5	16	8	3

Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна, равна p. Составить закон распределения случайной величины X – число библиотек, которые посетит студент, если в городе n библиотек. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Вариант	n	p
6	5	0,3
7	4	0,5
8	6	0,4
9	7	0,2
10	3	0,6

Имеются n различных ключей, из которых только один подходит к замку. Составить закон распределения случайной величины X – число опробованных ключей, если опробованный ключ в дальнейшем не участвует в испытаниях. Найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант	n
11	5
12	6

Стрелок, имеющий n патронов стреляет по мишени до первого попадания или до израсходования всех патронов. Вероятность попадания при первом выстреле равна p, при каждом последующем уменьшается на 0,1. Составить закон распределения случайной величины X – число патронов израсходованных стрелком. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Вариант	n	p
13	5	0,8
14	6	0,9
15	4	0,7

В магазин поступили электролампы с трех заводов в пропорции $\ell_1 : \ell_2 : \ell_3$. Доля брака в продукции первого завода - h_1 %, второго - h_2 %, третьего - h_3 %. Покупатель приобрел n лампочек. Составить закон распределения случайной величины X – число качественных лампочек среди купленных. Найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант	n	ℓ_1	h_1	ℓ_2	h_2	ℓ_3	h_3
16	3	2	5	5	1	3	5
17	4	4	2	3	3	3	4
18	5	1	3	7	4	2	3
19	4	3	4	4	5	5	1
20	3	2	1	3	2	5	2

В урне имеется n шаров с номерами 1, 2, … , n. Вынули m шаров. Случайная величина X – сумма номеров шаров. Построить ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант	n	m
21	7	6
22	5	4
23	4	2
24	6	5
25	4	3

Производится n независимых выстрелов по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна p. Рассматривается случайная величина X – разность между числом попаданий и числом промахов. Построить ряд распределения случайной величины X. Найти ее характеристики $M(X)$, $\sigma(X)$.

Вариант	n	p
26	5	0,9
27	4	0,75
28	6	0,8
29	7	0,6
30	3	0,7

Задание 7

Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно $M(X)$, среднее квадратичное отклонение равно $\sigma(X)$. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (a, b).

Вариант	$M(X)$	$\sigma(X)$	a	b	Вариант	$M(X)$	$\sigma(X)$	a	b
1	10	1	8	14	16	40	4	36	43
2	12	2	8	14	17	38	2	35	40
3	14	3	10	15	18	42	4	40	43
4	16	2	15	18	19	44	5	41	45
5	18	1	16	21	20	45	5	43	48
6	20	2	17	22	21	46	4	44	48
7	24	1	20	26	22	48	5	45	49
8	26	3	23	27	23	50	6	48	53
9	28	2	24	30	24	52	4	50	55
10	30	1	27	32	25	54	3	53	56
11	32	3	30	35	26	56	4	55	58
12	34	1	30	36	27	58	5	56	61
13	36	2	34	37	28	60	6	58	63
14	38	3	37	41	29	62	5	59	64
15	40	2	39	42	30	64	6	60	66

Задание 8

Найти коэффициент корреляции между величинами X и Y, на основе заданного закона распределения двумерной случайной величины (X, Y). Для вариантов 1-15 построить линии регрессии Y на X; 16-30 – построить линии регрессии X на Y.

Вариант	Числовые данные				Вариант	Числовые данные			
1	X \ Y	1	3	4	16	X \ Y	5	7	9
	2	0,16	0,10	0,28		4	0,14	0,15	0,21
	3	0,14	0,20	0,12		7	0,16	0,20	0,14
2	X \ Y	2	3	5	17	X \ Y	1	4	6
	1	0,06	0,18	0,24		3	0,14	0,12	0,13
	4	0,12	0,13	0,27		7	0,13	0,20	0,28
3	X \ Y	1	2	4	18	X \ Y	5	8	10
	3	0,12	0,24	0,22		2	0,11	0,13	0,26
	4	0,20	0,15	0,07		6	0,21	0,06	0,23
4	X \ Y	2	3	4	19	X \ Y	4	7	9
	1	0,16	0,10	0,28		4	0,22	0,09	0,32
	3	0,14	0,20	0,12		7	0,14	0,17	0,06
5	X \ Y	2	3	5	20	X \ Y	8	9	12
	4	0,06	0,18	0,24		1	0,14	0,11	0,18
	6	0,12	0,13	0,27		6	0,23	0,04	0,30
6	X \ Y	2	3	4	21	X \ Y	3	6	8
	1	0,16	0,10	0,28		2	0,21	0,07	0,23
	3	0,14	0,20	0,12		8	0,11	0,20	0,18

7	X \ Y	2	4	5	22	X \ Y	3	4	7
	1	0,12	0,13	0,24		4	0,15	0,23	0,15
	3	0,18	0,06	0,27		8	0,2	0,09	0,17
8	X \ Y	4	5	6	23	X \ Y	4	5	8
	2	0,06	0,18	0,24		3	0,13	0,14	0,19
	3	0,12	0,13	0,27		5	0,24	0,08	0,22
9	X \ Y	2	4	5	24	X \ Y	6	9	12
	1	0,12	0,13	0,24		5	0,23	0,07	0,15
	3	0,18	0,06	0,27		9	0,17	0,20	0,18
10	X \ Y	1	3	4	25	X \ Y	5	8	10
	3	0,13	0,24	0,12		2	0,11	0,21	0,14
	6	0,18	0,06	0,27		7	0,20	0,09	0,25
11	X \ Y	1	3	4	26	X \ Y	4	7	9
	3	0,13	0,24	0,12		4	0,30	0,12	0,10
	5	0,18	0,06	0,27		10	0,08	0,12	0,28
12	X \ Y	3	5	6	27	X \ Y	2	6	9
	1	0,12	0,24	0,22		5	0,21	0,18	0,14
	3	0,20	0,15	0,07		9	0,08	0,14	0,25
13	X \ Y	4	6	8	28	X \ Y	4	7	9
	3	0,13	0,08	0,12		2	0,09	0,15	0,16
	5	0,20	0,16	0,31		7	0,17	0,23	0,20
14	X \ Y	3	4	7	29	X \ Y	1	4	8
	3	0,30	0,20	0,10		4	0,11	0,24	0,17
	6	0,05	0,12	0,23		8	0,21	0,08	0,19

15	X \ Y	4	6	8	30	X \ Y	4	8	14
	2	0,24	0,30	0,05		3	0,12	0,13	0,20
	5	0,10	0,12	0,19		5	0,23	0,12	0,20